

УДК 621.396.98

# Совместное слежение за задержкой и несущей сигнала методами оптимальной траекторной фильтрации

© Авторы, 2013

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2013

**Е.Н. Болденков** – к.т.н., доцент, кафедра радиотехнических систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Рассмотрен алгоритм совместной оптимальной траекторной фильтрации задержки и частоты навигационного радиосигнала. Показано, что данный алгоритм при низких отношениях мощности сигнала к спектральной плотности шума дает более высокую точность по сравнению с расширенным фильтром Калмана.

**Ключевые слова:** радионавигация, слежение, оптимальная траекторная фильтрация.

Complex delay and frequency tracking algorithm based on optimal trajectory filtration technique is considered. It is shown that this algorithm provides more accurate delay and frequency estimation in low signal to noise ratio conditions.

**Keywords:** radionavigation, signal tracking, optimal trajectory filtering.

## Введение

Характеристики аппаратуры потребителей систем спутниковой радионавигации в существенной степени зависят от качества работы систем слежения за параметрами навигационного радиосигнала. В большинстве случаев для слежения за частотой и задержкой сигнала используют алгоритмы в виде расширенного фильтра Калмана [1]. Недостатком расширенного фильтра Калмана является неудовлетворительная работа при низких отношениях сигнал-шум. В качестве одной из альтернатив предлагается алгоритм оптимальной траекторной фильтрации [2]. Характеристики данных алгоритмов применительно к задаче сопровождения несущей рассмотрены в [3]. Для полноценной реализации навигационного приёмника необходимо также оценивать задержку сигнала. Цель работы – синтез алгоритма оптимальной траекторной фильтрации частоты и задержки и анализ его работы в условиях пропадания сигнала.

## Постановка задачи

На вход поступают наблюдения вида:

$$y_{k,i} = A G_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau_k) G_{\text{НС}}(t_{k,i} - \tau_k) \times \cos(\omega_k t_{k,i} + \varphi_k) + n_{k,i}, \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда сигнала;  $G_{\text{ДК}}(t)$  – функция модуляции дальномерным кодом;  $G_{\text{НС}}(t)$  – функция модуляции навигационным сообщением;  $\tau_k$ ,  $\omega_k$ ,  $\varphi_k$  – задержка, частота и фаза сигнала в момент времени  $t_{k,i} = kT + iT_{\text{д}}$ ,  $T = N_{\text{д}}T_{\text{д}}$ ,  $T_{\text{д}}$  – длительность интервала дискретизации,  $n_i$  – дискретный белый гауссовский шум с дисперсией  $\sigma_n^2$ .

Амплитуда считается заданной, а фаза сигнала – случайный неинформативный параметр, равномерно распределённый в диапазоне  $[0; 2\pi]$ . Оставшиеся неизвестные параметры – псевдодальность и частота описываются следующей моделью:

$$\begin{cases} \tau_k = (1 - \alpha)\tau_{k-1} + K\omega_{k-1} + n_{\tau,k}, \\ \omega_k = (1 - \alpha)\omega_{k-1} + n_{\omega,k}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\alpha$  – параметр коррелированности процесса;  $K$  – коэффициент, связывающий доплеровское смещение частоты и скорость;  $n_{\tau,k}$  и  $n_{\omega,k}$  – формирующие дискретные белые гауссовские шумы с дисперсиями  $D_{\tau}$  и  $D_{\omega}$ . Требуется оценить частоту и задержку сигнала.

## Варианты решения задачи

Наблюдаемый процесс (1) описывается нелинейным выражением, в котором присутствуют шумы, а модель измеряемых процессов (2) описывает марковский процесс. Строгое решение данной задачи приведено в теории оптимальной нелинейной фильтрации [4]. Уравнения оптимальной нелинейной фильтрации описывают не непосредственные оценки требуемых параметров, а апостериорную плотность вероятности. Размерность плотности вероятности совпадает с размерностью вектора состояния задачи. Таким образом, для получения точного решения необходимо решать уравнение относительно многомерной плотности вероятности, что сложно в реализации.

В результате традиционно используется упрощённый подход, заключающийся в аппроксимации апостериорной плотности вероятности гауссовской плотностью, которая полностью определяется двумя параметрами – математическим ожиданием и дисперсионной матрицей. Поэтому оптимальные уравнения сводятся к известному алгоритму расширенного фильтра Калмана. При большом отношении сигнал-шум результат работы расширенного фильтра Калмана практически не отличается от результата, полученного по полным уравнениям оптимальной нелинейной фильтрации, так как гауссовская аппроксимация обеспечивает достаточную точность. Однако при низком отношении сигнал-шум

апостериорная плотность вероятности существенно отличается от гауссовской, что приводит к снижению точности алгоритма и срывам слежения.

Резервы для улучшения характеристик слежения в рамках расширенного фильтра Калмана в настоящее время исчерпаны, а к аппаратуре предъявляются все более высокие требования, что требует разработки новых алгоритмов.

В качестве альтернативы полным уравнениям оптимальной нелинейной фильтрации в работе [2] предложен метод оптимальной траекторной фильтрации. Вместо апостериорной плотности вероятности вектора состояния в текущий момент данный метод формирует апостериорную плотность вероятности траектории вектора состояния с начала наблюдений до текущего момента. После ряда преобразований [5] получаются упрощенные уравнения фильтрации:

$$\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}) = \max_{\mathbf{x}_{k-1}} p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \Phi(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Y}_0^{k-1}), \quad (3)$$

$$\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^k) = c p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) \Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^{k-1}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{x}_k$  – вектор состояния в момент времени  $t_k$ ;  $\mathbf{Y}_0^{k-1}$  – совокупность наблюдений на интервале  $[0; t_{k-1}]$ ;  $\Phi(\mathbf{x}_k | \mathbf{Y}_0^k) = \max_{\mathbf{x}_0^{k-1}} p(\mathbf{x}_0^0 | \mathbf{Y}_0^k)$  – максимум апостериорной

плотности вероятности траектории вектора  $\mathbf{x}_0^k$  на интервале  $[0; t_k]$  для заданного  $\mathbf{x}_k$ ;  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$  – переходная плотность вероятности, определяемая моделью процесса (2);  $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)$  – функция правдоподобия, вид которой зависит от уравнений наблюдения (1).

Основное отличие от традиционных уравнений оптимальной нелинейной фильтрации заключается в

уравнении (3). Во-первых, вместо интеграла осуществляется поиск максимума, что проще в реализации. Во-вторых, можно взять логарифм от обеих частей данного уравнения (как и уравнения (4)). Это дает возможность снизить динамический диапазон используемых чисел и перейти от арифметики с плавающей точкой к фиксированной точке, что существенно упрощает аппаратную реализацию.

### Алгоритм траекторной фильтрации частоты и задержки

Для наблюдаемого процесса (1) и уравнений динамики вектора состояния (2) создан алгоритм оценки на основе уравнений (3), (4). Наиболее существенным является вопрос практической реализуемости предлагаемого алгоритма. В рассматриваемой задаче плотность вероятности двумерная, представленная в алгоритме в виде

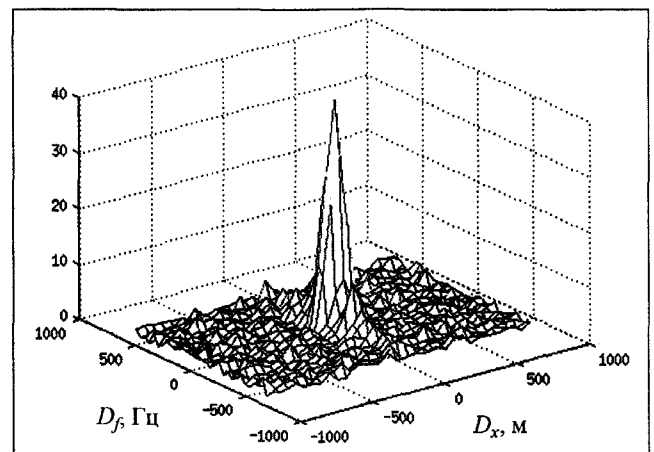


Рис. 1

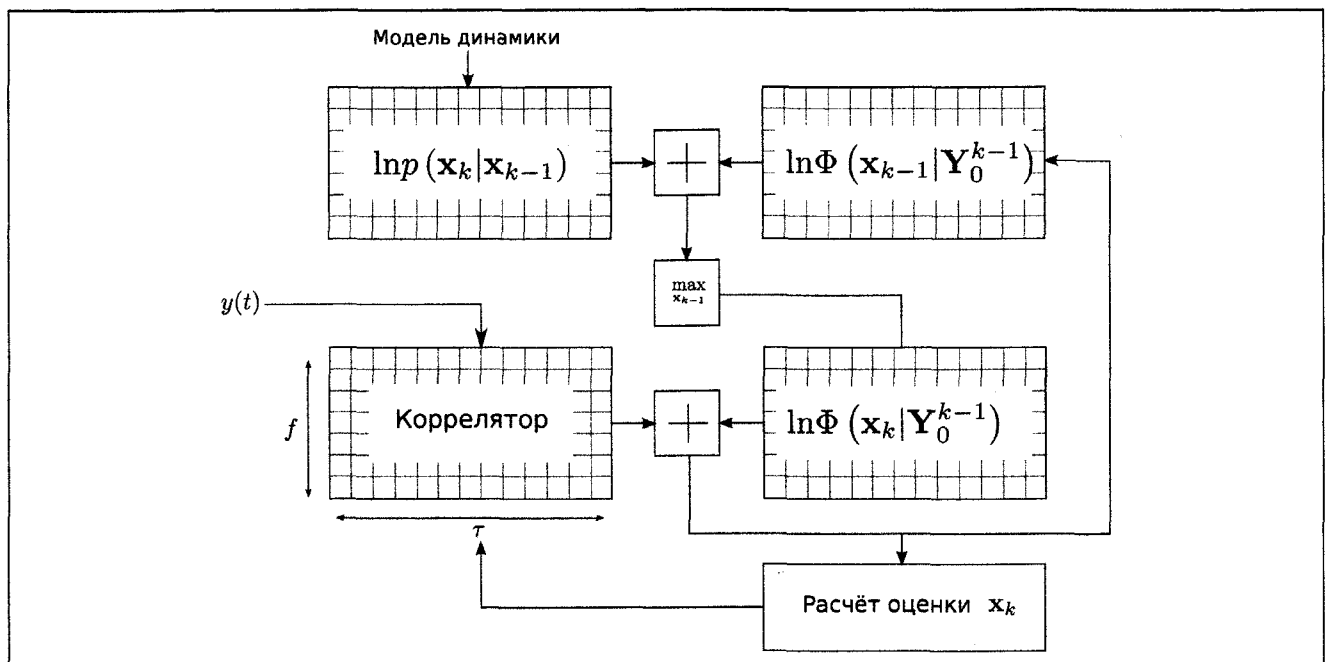


Рис. 2

массива. Ориентируясь на возможности существующих в настоящее время серийных образцов аппаратуры [5], выбран размер сетки представления плотности 32 ячеек по частоте и 32 – по задержке (рис. 1). Масштаб разбиения поля по частоте и задержке выбирается динамически исходя из текущих оценок частоты, задержки и точности этих оценок.

Структура алгоритма оптимальной фильтрации частоты и задержки приведена на рис. 2.

### Результаты моделирования

Проведено моделирование работы алгоритма. Параметры модели динамики подобраны под автомобильное

движение в городских условиях:  $\alpha = 0,1 \text{ с}^{-1}$ ,  $D_t = 2 \cdot 10^{-12} \text{ с}^2$ ,  $D_\omega = 800 \text{ рад}^2/\text{с}^2$ . На рис. 3 представлен результат оценки частоты сигнала при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума 15 дБГц, на верхней половине – результат расширенного фильтра Калмана ( $\sigma_f = 2 \text{ Гц}$ ), на нижнем – результат оптимальной траекторной фильтрации ( $\sigma_f = 1,5 \text{ Гц}$ ).

На рис. 4 приведена зависимость среднеквадратической ошибки оценки частоты от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума. Из данного графика видно, что при больших отношениях сигнал-шум результаты расширенного фильтра Калмана и оптимальной траекторной фильтрации совпадают, в то

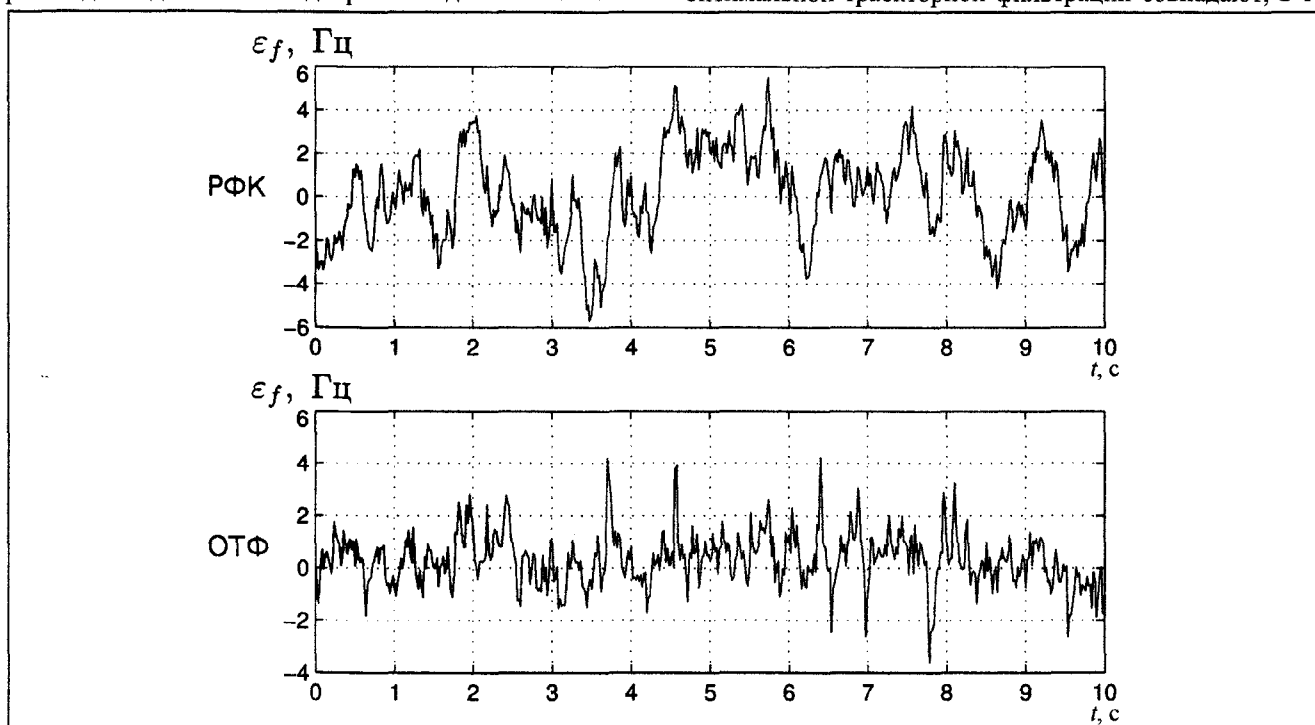


Рис. 3

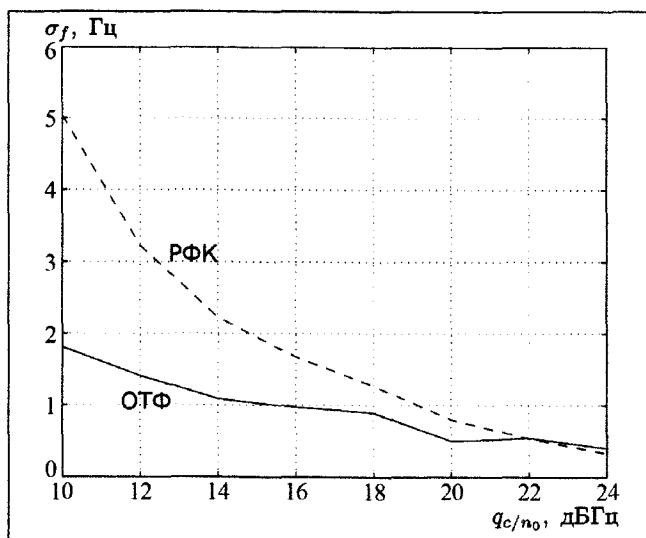


Рис. 4

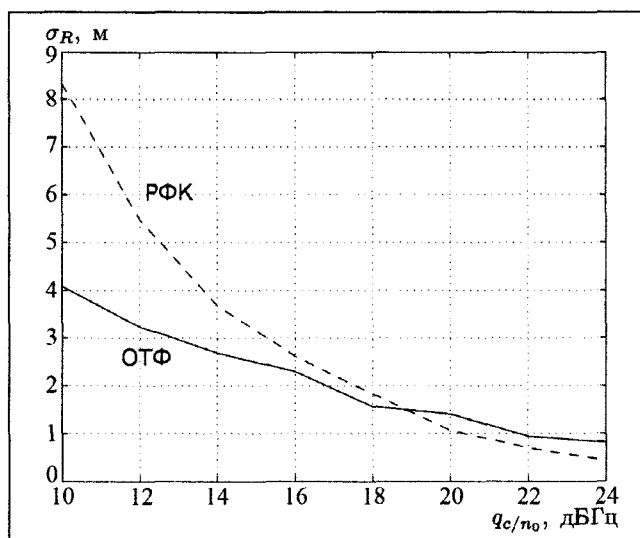


Рис. 5

время как при низких отношениях сигнал-шум результат оптимальной траектории фильтрации более точен. Аналогичный результат наблюдается и при слежении за псевдодалностью (рис. 5).

- Рассмотрен алгоритм совместной оптимальной траекторной фильтрации задержки и частоты сигнала. Алгоритм может быть реализован на существующих в настоящий момент аппаратных реализациях многоканального коррелятора. Показано, что при низких отношениях сигнал-шум данный алгоритм дает более точный результат, чем расширенный фильтр Калмана.

#### Литература

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, переработанное. М.: Радиотехника. 2010.
2. Харисов В.Н., Перьков А.Е., Аникин А.Л. Оптимальная оценка траекторий марковских процессов // Радиотехника. 2002. № 7.
3. Ефименко В.С., Харисов В.Н. Алгоритмы траекторной фильтрации в задаче сопровождения несущей радиосигналов и их характеристики // Радиотехника. 2011. № 7.
4. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника. 2003.
5. Mattos P.G., Pisoni F. Multi-constellation – to receive everything // Proc. ION GNSS. Nashville, TN. 2012.

Поступила 1 октября 2013 г.

## Complex delay and frequency of GNSS signal tracking algorithm based on optimal trajectory filtering technique

© Authors, 2013

© Radiotekhnika, 2013

**E.N. Boldenkov** – Ph.D. (Eng.), associate professor of Department of Radiotechnical Systems, National Research University "MPEI"

GNSS user-end equipment performance depends highly on signal tracking systems quality. Usually these tracking systems are based on well-known extended Kalman filter approach. This approach uses Gaussian a posteriori probability function approximation. This approximation is not accurate in poor signal environment. This results in inaccurate signal parameters estimation and even tracking loss. One of possible approaches to improve this is optimal trajectory filtering. In the article complex delay and frequency tracing is implemented with this technique. It is shown that this technique provides more accurate estimations in low signal to noise ratio compared to extended Kalman filter.

#### References

1. GLONASS. Principy' postroeniya i funkczionirovaniya / pod red. A.I. Perova, V.N. Xarisova. Izd. 4-e, pererabotannoe. M.: Radiotekhnika. 2010.
2. Xarisov V.N., Per'kov A.E., Anikin A.L. Optimal'naya ocenka traektorij markovskix processov // Radiotekhnika. 2002. № 7.
3. Efimenko V.S., Xarisov V.N. Algoritmy' traektornoj fil'traczii v zadache soprovozhdeniya nesushhej radiosignalov i ix karakteristiki // Radiotekhnika. 2011. № 7.
4. Perov A.I. Statisticheskaya teoriya radiotekhnicheskix sistem. M.: Radiotekhnika. 2003.
5. Mattos P.G., Pisoni F. Multi-constellation – to receive everything // Proc. ION GNSS. Nashville, TN. 2012.