Математическое моделирование РТУ и С

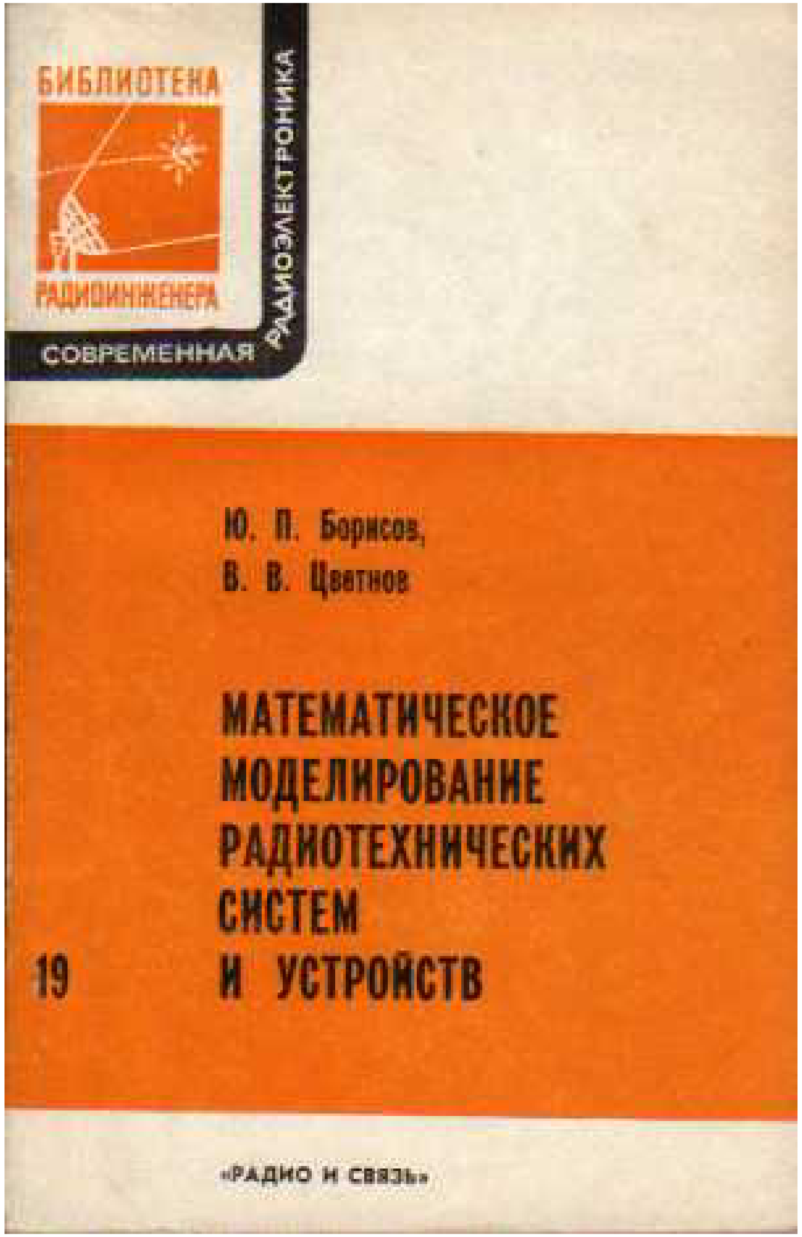
Лекция 6. Метод несущей при моделировании радиосистем

Преподаватель:
Корогодин Илья
korogodin@srns.ru

Литература

Борисов Ю.П., Цветнов В.В. Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств. - М.: Радио и связь, 1985. 176 с.

Глава 4. Метод несущей

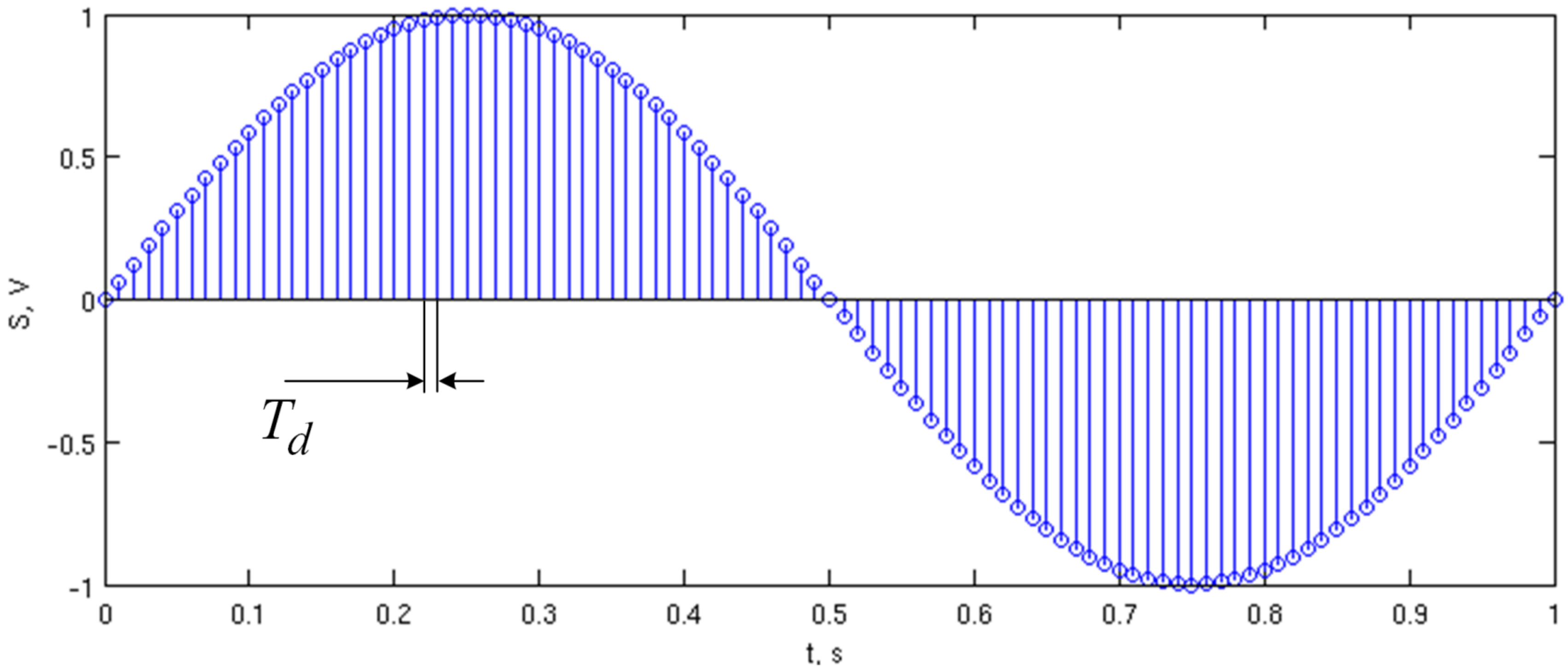


Метод несущей

Метод несущей используется при моделировании низкочастотных звеньев радиосистем.

Применять к высокочастотным звеньям можно, но это малоэффективно.

При методе несущей процессы воспроизводятся с точностью до мгновенных значений напряжений, токов и т.д.



Модель сигнала

Для описания сигнала будем использовать следующую модель:

$$u\left[t,\lambda(t)\right]=E\left[t,\lambda(t)\right]\sin\left(\omega_0 t-\psi\left[t,\lambda(t)\right]-\psi_0\right),$$

где

$E\left[t,\lambda(t)\right]$ **- огибающая,**

$\lambda(t)$ **- информационный процесс, медленно меняющийся относительно несущей частоты** ω_0 **,**

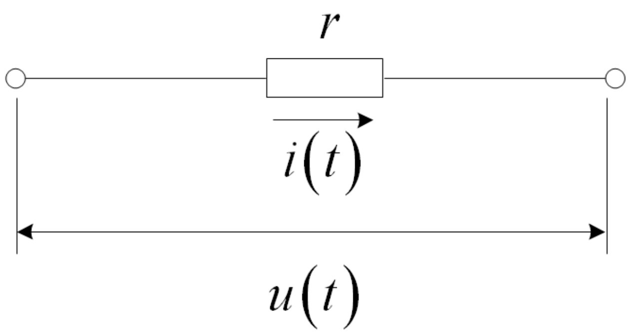
ψ_0 **- начальная фаза,**

$\psi\left[t,\lambda(t)\right]$ **- фаза.**

Дискретная ось времени: $t_k = t_0 + kT_d$

По принципиальным схемам

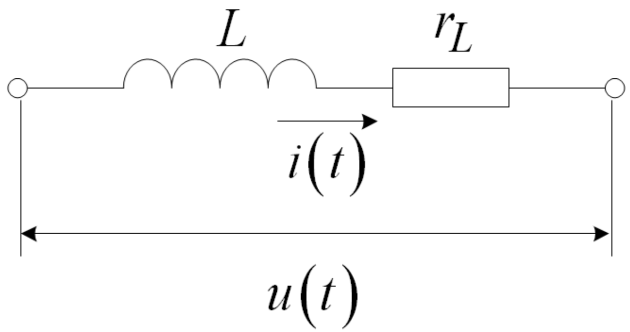
Резистор



$$u(t) = i(t)r$$

$$u_k = i_k r$$

Катушка индуктивности



$$u(t) = i(t)r_L + L\frac{di(t)}{dt}$$

Шаг:

$$i_k = i_{k-1} + i'_{k-1}T$$

$$u_{L,k} = u_k - i_k r_L$$

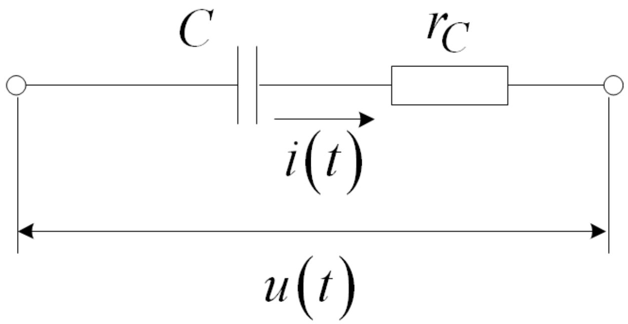
$$i'_k = u_{L,k}$$

Компоненты вектора состояния: $i_k,\ i'_k$

Начальное состояние: $i_0,\ i'_0$

По принципиальным схемам

Конденсатор



$$u(t)=i(t)r_C+\frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$

Компоненты вектора состояния: $u_{C,k},\ u'_{C,k}$

Начальное состояние: $u_{C,0},\ u'_{C,0}$

Шаг:

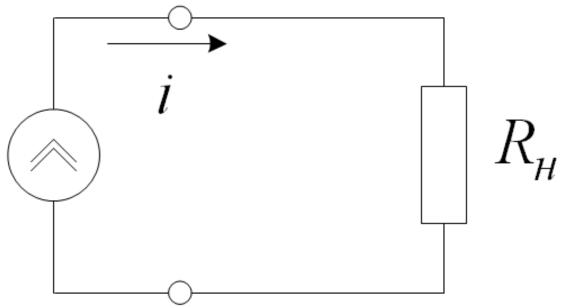
$$u_{C,k}=u_{C,k-1}+u'_{C,k-1}T$$

$$i_k=\left(u_k-u_{C,k}\right)\Big/r_c$$

$$u'_{C,k}=\frac{1}{C}i_k$$

По принципиальным схемам

Генератор тока

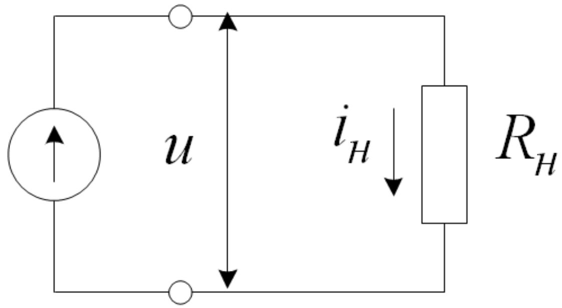


$$i = const;\ i \neq f\left(R_{\text{í}}\right)$$

$$u_{\text{í}} = iR_{\text{í}}$$

$$u_{\text{í},k} = i_k R_{\text{í}}$$

Генератор напряжения



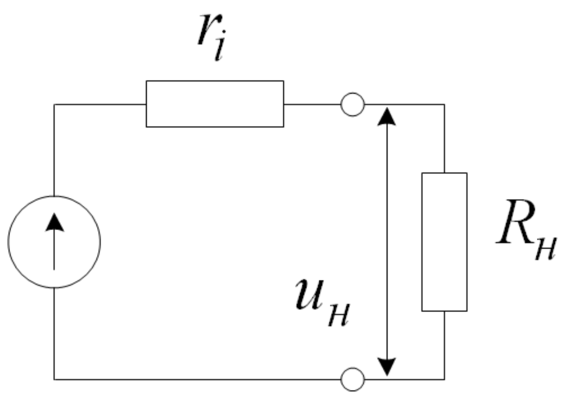
$$u = const;\ u \neq f\left(R_{\text{í}}\right)$$

$$i = \frac{u_{\text{í}}}{R_{\text{í}}}$$

$$i_k = \frac{u_{\text{í},k}}{R_{\text{í}}}$$

По принципиальным схемам

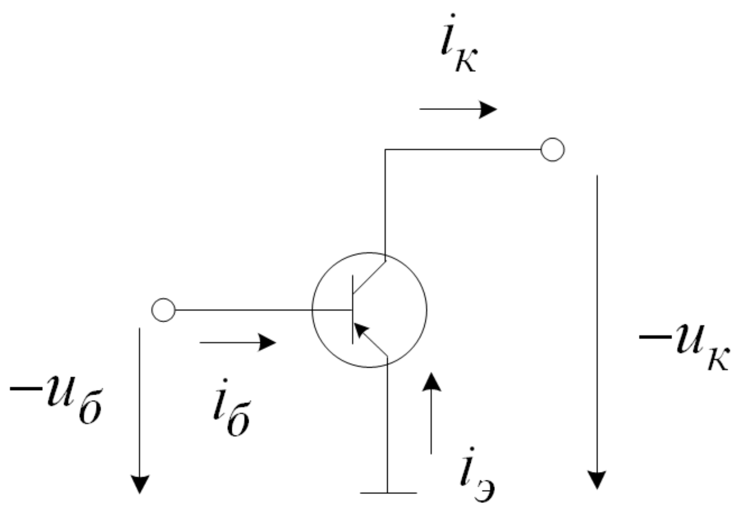
Батарейка



$$i = \frac{u}{r_i + R_í}; \quad u_í = \frac{u}{1 + r_i / R_í}$$

$$i_k = \frac{u_k}{r_i + R_í}; \quad u_{í,k} = \frac{u_k}{1 + r_i / R_í}$$

Транзистор (p-n-p)



$$i_б = F_1\left(u_б, u_к\right),$$

$$i_к = F_2\left(u_б, u_к\right);$$

$$i_{б,k} = F_1\left(u_{б,k}, u_{к,k}\right),$$

$$i_{к,k} = F_2\left(u_{б,k}, u_{к,k}\right).$$

Методы упрощения

В общем случае для совокупности входных сигналов X и выходных сигналов Y получаем дифференциальное уравнение

$$\sum_{n=0}^{N} a_n(t) y^{(n)}(t) = f\left(y^{(0)}, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}, x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}\right)$$

1) Если постоянная времени звена значительно меньше времени корреляции входного сигнала, то используют *квазистатический метод*

$$a_0(t) y(t) = f\left(y^{(0)}, 0, 0, \dots, 0, x^{(0)}, 0, 0, \dots, 0\right)$$

2) Отклики цепей на входное воздействие можно представить как сумму математического ожидания и СП с нулевым мат. ожиданием

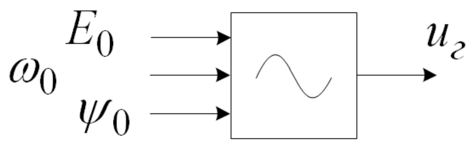
$$y(t) = m(t) + n(t)$$

Уравнение распадается на два отдельных.

Зачастую одно из них может быть легко линеаризовано или к нему применен квазистатический метод

По функциональным схемам

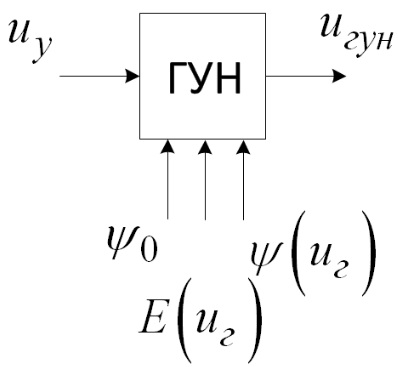
Источник гармонического колебания



$$u_г(t) = E_0 \cos\left(\omega_0 t - \psi_0\right)$$

$$u_{г,k} = E_0 \cos\left(\omega_0 t_k - \psi_0\right)$$

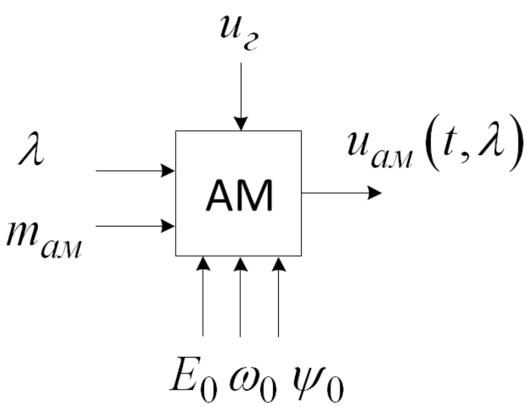
Генератор, управляемый напряжением



$$u_{гун}(t) = E\left(u_у\right)\cos\left(\omega_0 t - \psi\left(u_у\right) - \psi_0\right)$$

$$u_{гун,k} = E\left(u_{у,k}\right)\cos\left(\omega_0 t_k - \psi\left(u_{у,k}\right) - \psi_0\right)$$

Амплитудный модулятор

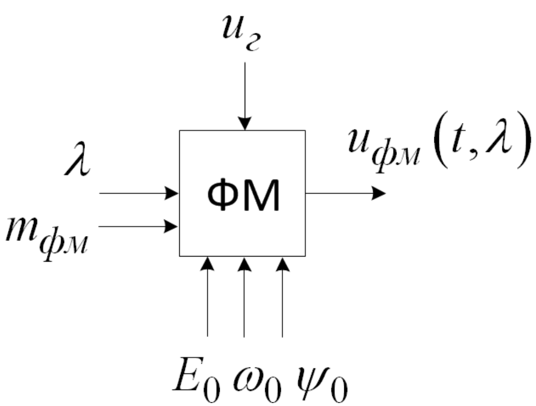


$$u_{ам}(t) = E_0\left(1 + m_{ам}\lambda(t)\right)\cos\left(\omega_0 t - \psi_0\right)$$

$$u_{ам,k} = E_0\left(1 + m_{ам}\lambda_k\right)\cos\left(\omega_0 t_k - \psi_0\right)$$

По функциональным схемам

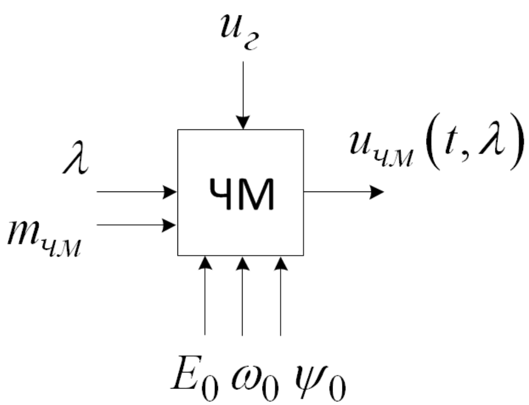
Фазовый модулятор



$$u_{фм}(t)=E_0\cos\left(\omega_0 t-m_{фм}\lambda(t)-\psi_0\right)$$

$$u_{фм,k}=E_0\cos\left(\omega_0 t_k-m_{фм}\lambda_k-\psi_0\right)$$

Частотный модулятор

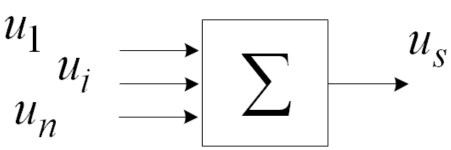


$$u_{фм}(t)=E_0\cos\left(\omega_0 t-m_{чм}\int_0^t\lambda(t)dt-\psi_0\right)$$

$$\psi_k=\psi_{k-1}+m_{чм}\lambda_k T,$$

$$u_{фм,k}=E_0\cos\left(\omega_0 t-\psi_k-\psi_0\right)$$

Сумматор

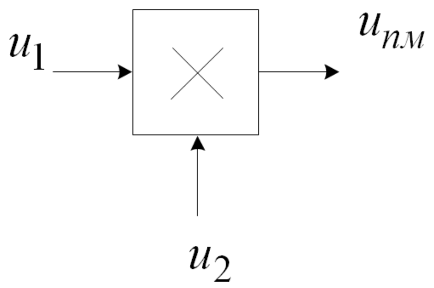


$$u_s(t)=\sum_{i=1}^{n}u_i(t)$$

$$u_{s,k}=\sum_{i=1}^{n}u_{i,k}$$

По функциональным схемам

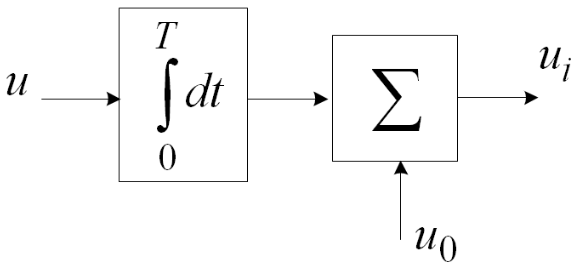
Перемножитель



$$u_{пм}(t) = u_1(t) \cdot u_2(t)$$

$$u_{пм,k} = u_{1,k} \cdot u_{2.k}$$

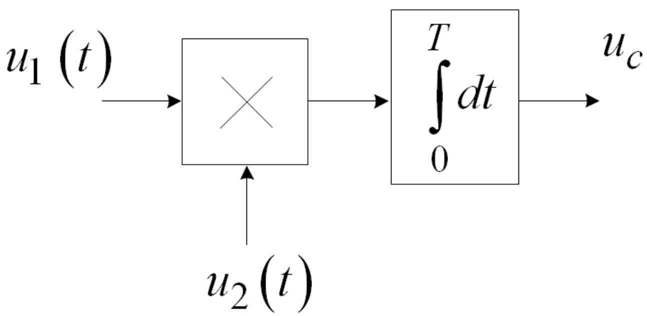
Интегратор



$$u_i(t) = u_0 + \int_0^t u(t)\,dt$$

$$u_{i,k} = u_{i,k-1} + u_k T$$

Аналоговый коррелятор



$$u_c(t) = \int_0^T u_1(t) u_2(t)\,dt$$

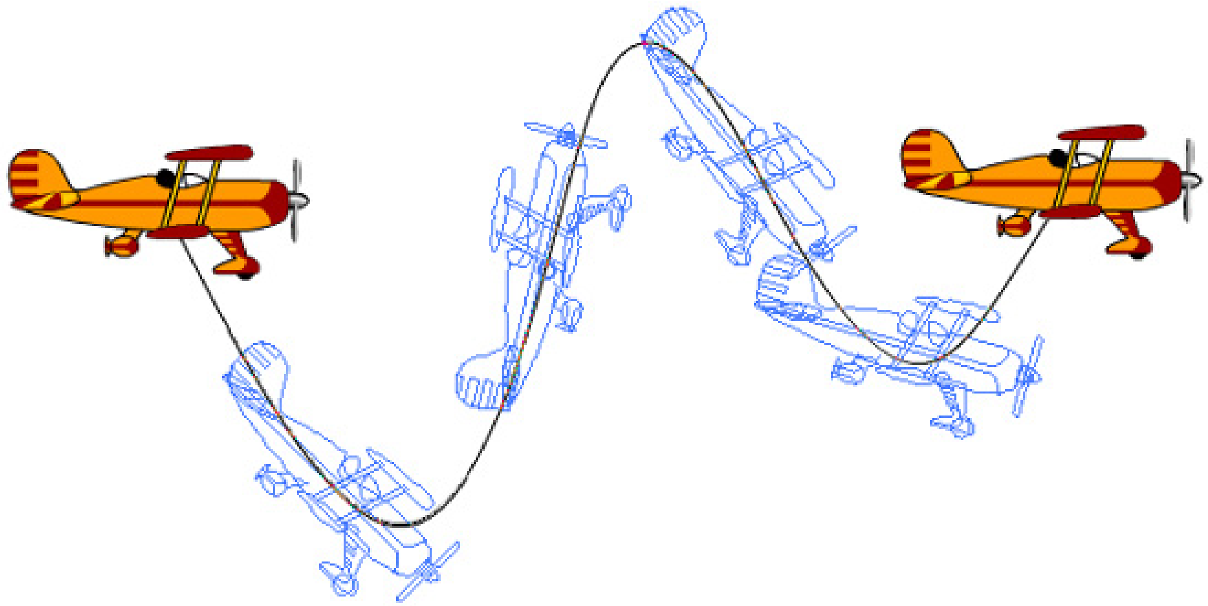
$$u_c(t) = T \sum_{k=1}^{K} u_{1,k} u_{2,k}$$

Движение объекта

На практике этот подход чаще применяется не к сигналу, а к тем или иным параметрам объекта, сигнала, среды и т.п.

Ибо они-то как раз меняются относительно медленно.

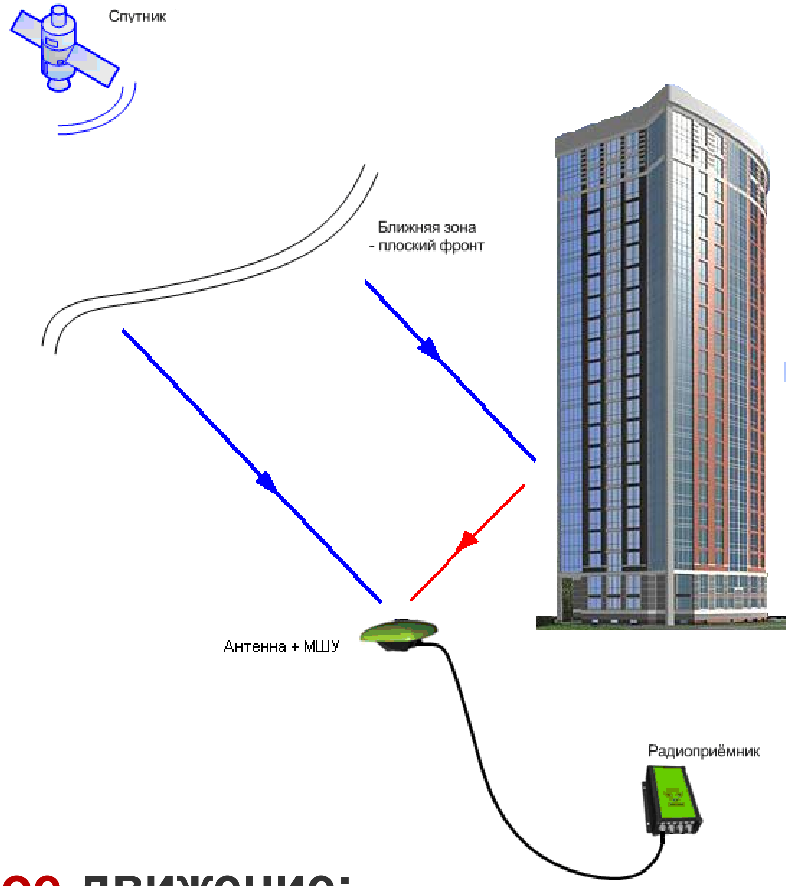
Типичный пример – описание движения приемника/передатчика.

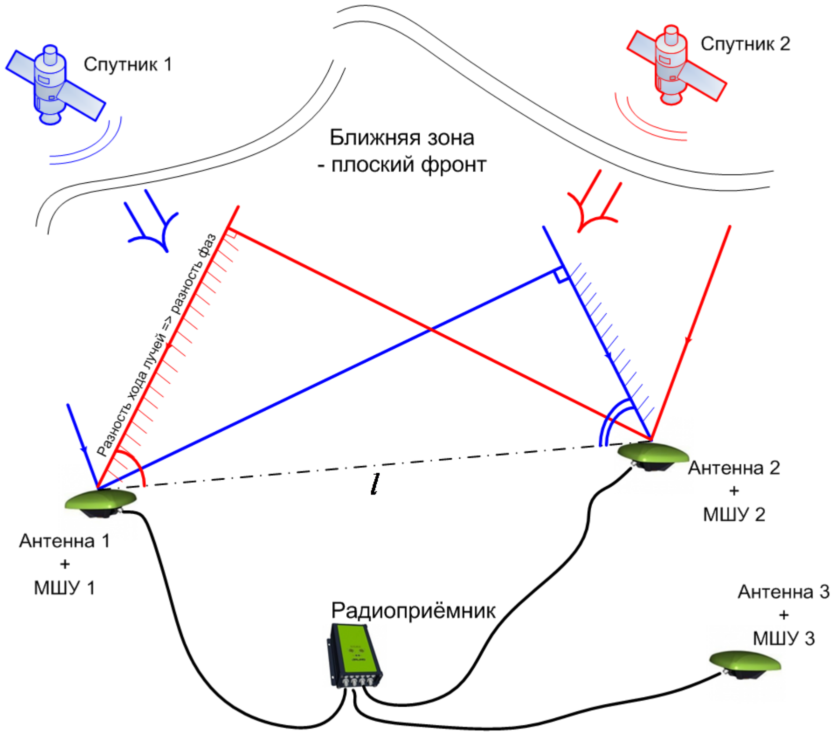


В общем случае движение объекта при моделировании радиосистем удобно разбивать на поступательное и вращательное

Движение объекта

Поступательное движение для:
- расчета мощности сигнала;
- расчета доплеровского сдвига частоты;
- расчет фазы;
- расчета задержки огибающей;
- учёта влияние среды распространения;
- учёта многолучевости, замираний и т.д.;
- моделирование измерений акселерометров, магнитометров и т.п.





Вращательное движение:
- учёт диаграммы направленности приемника/передатчика;
- расчет разности фаз в распределенной антенной системе;
- моделирование измерений гироскопов и т.п.;

Углы Эйлера

α - угол прецессии
β - угол нутации
γ - угол собственного вращения

N - линия узлов

$xyzO$ - исходная СК

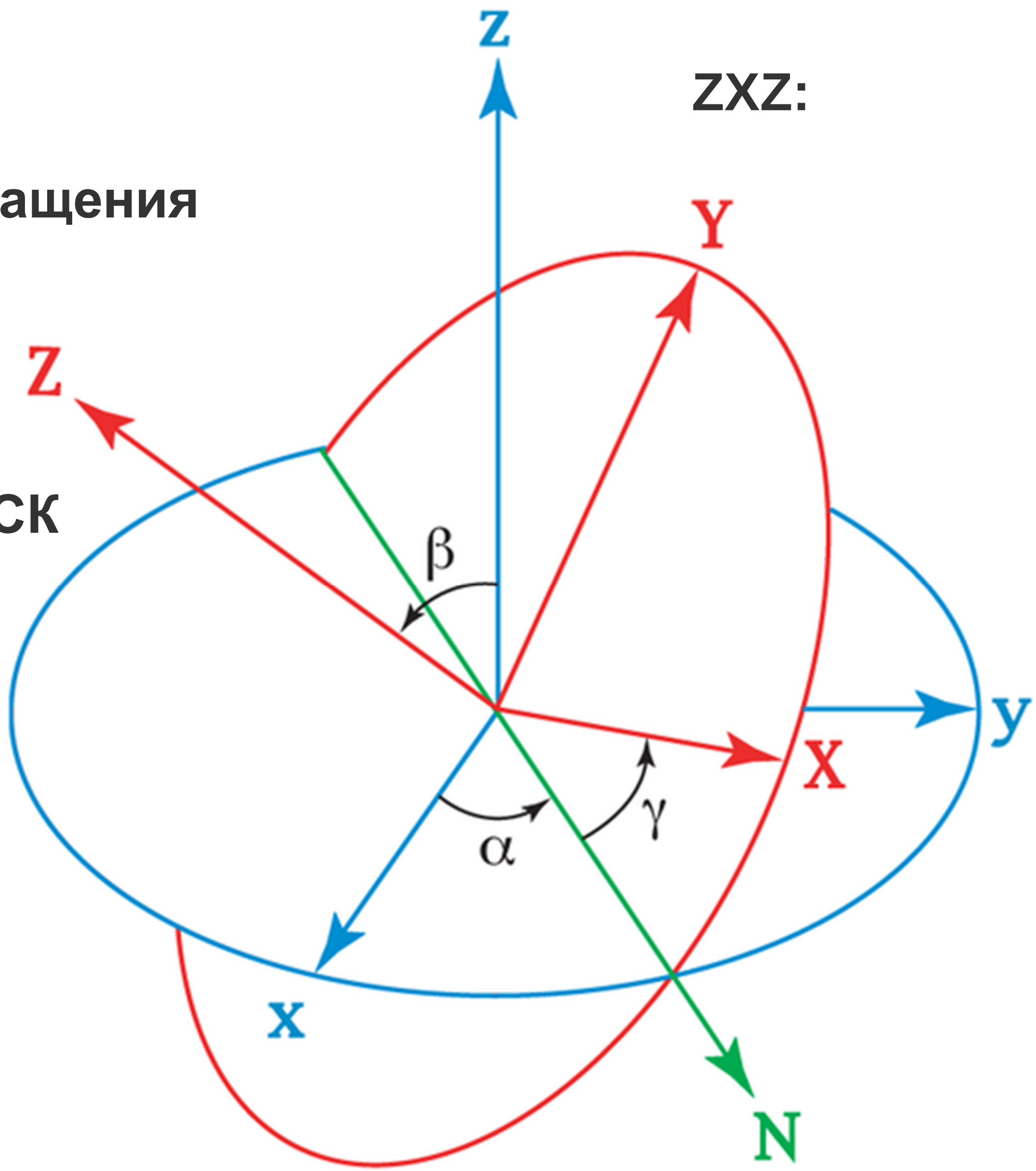
$XYZO$ - результирующая СК

Углы Эйлера:

1) классические УЭ
(z-x-z, x-y-x, y-z-y, z-y-z,
x-z-x, y-x-y)

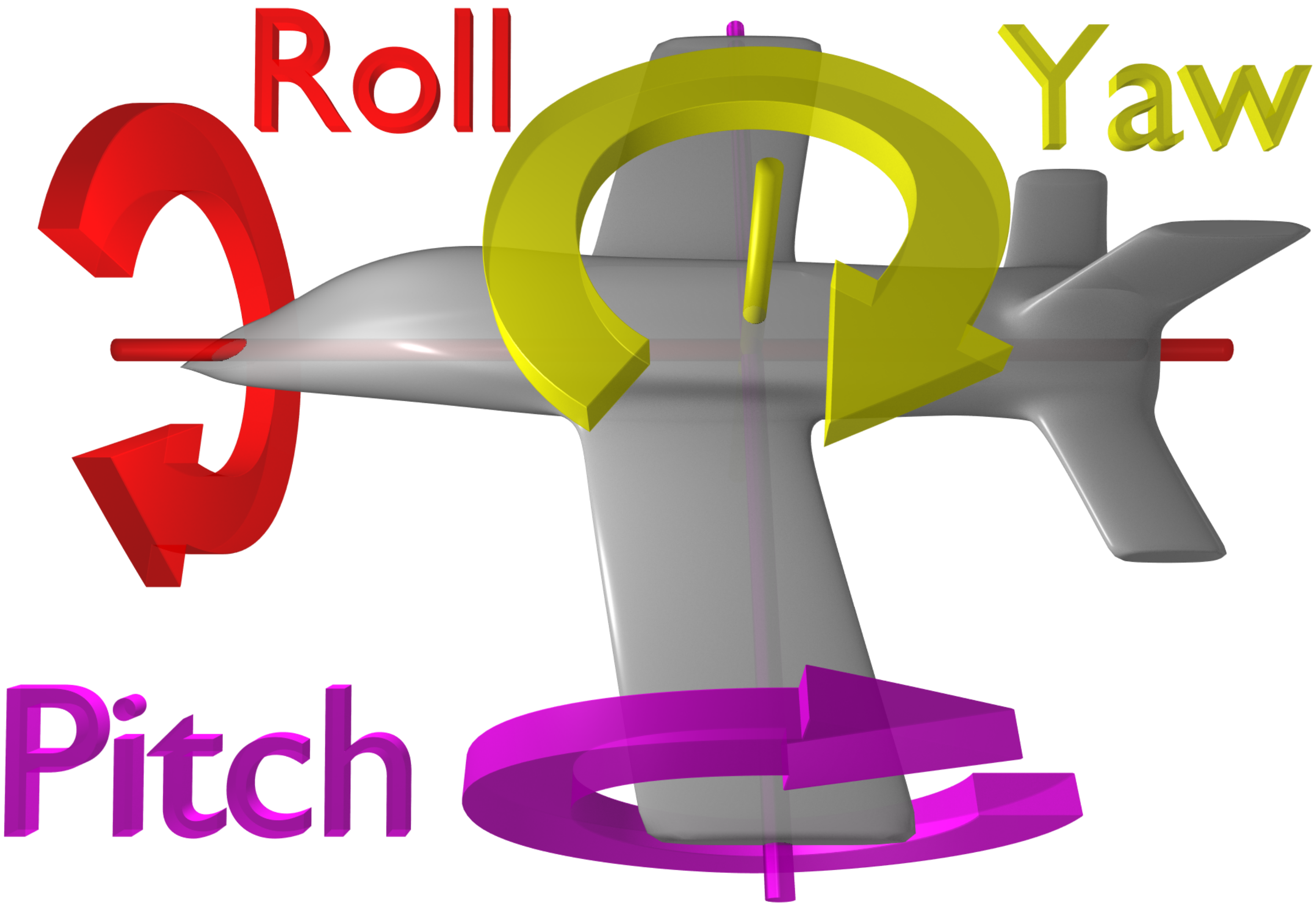
2) Углы Тэйта — Брайана
(x-y-z, y-z-x, z-x-y, x-z-y,
z-y-x, y-x-z)

ZXZ:

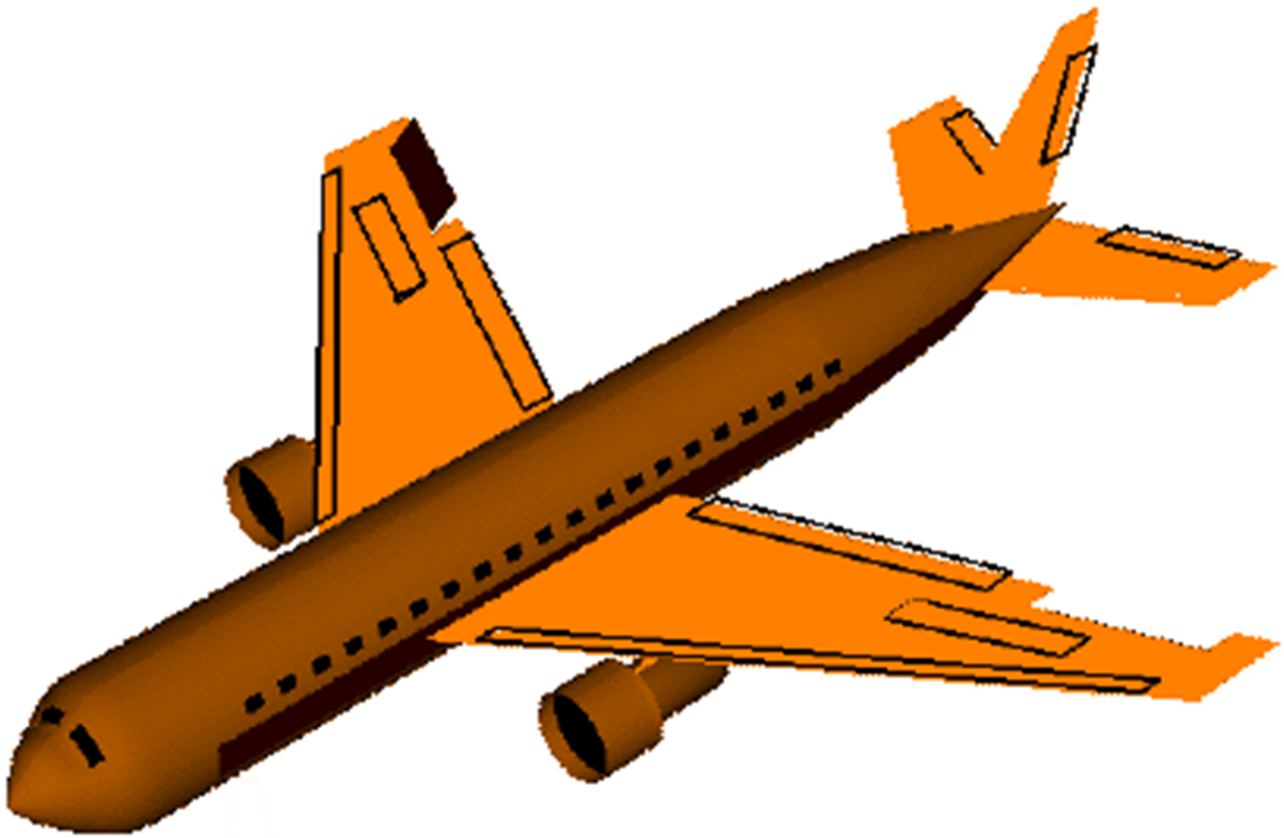


Углы Тэйта-Брайана

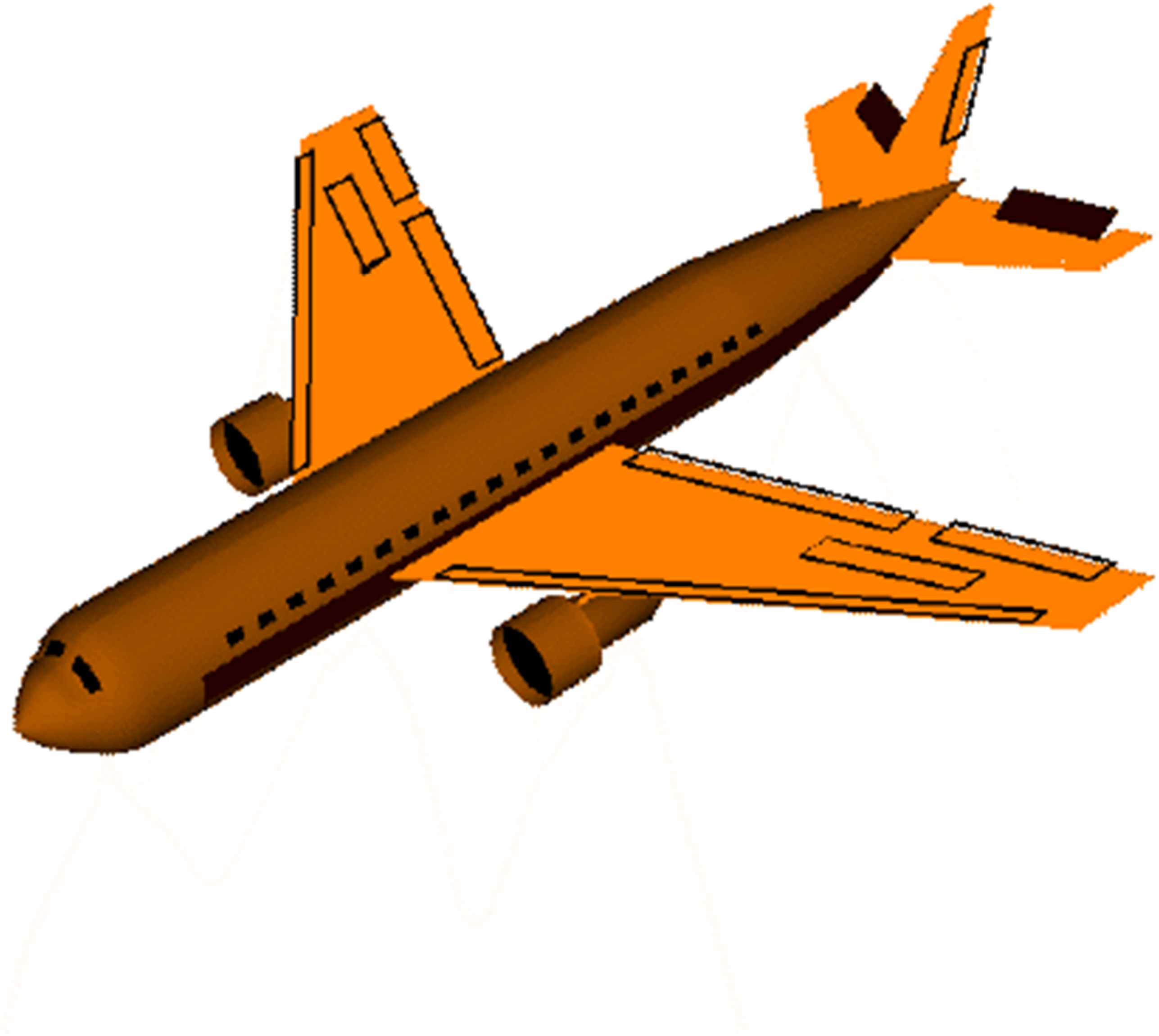
aka навигационные углы,
кардановы углы,
крен(roll), тангаж (pitch), рысканье (yaw)



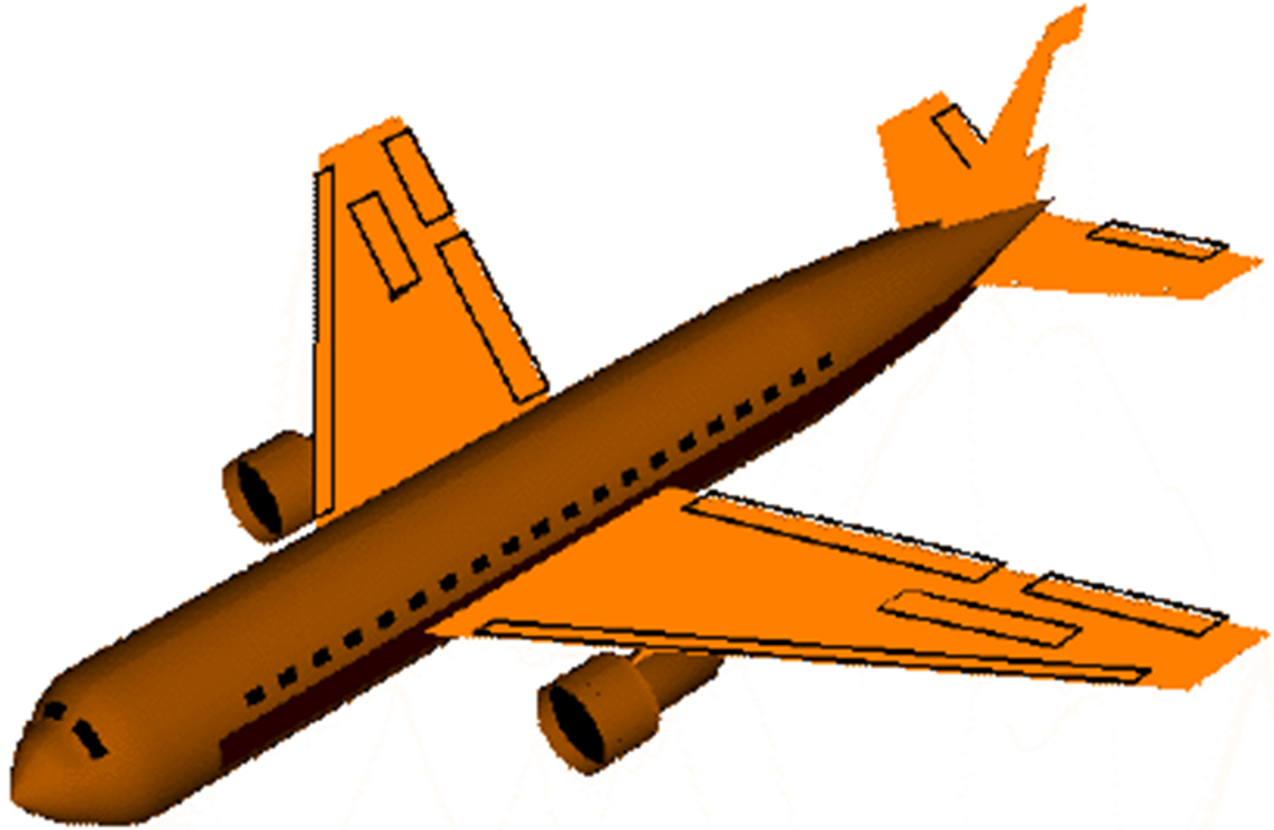
Крен (Roll)



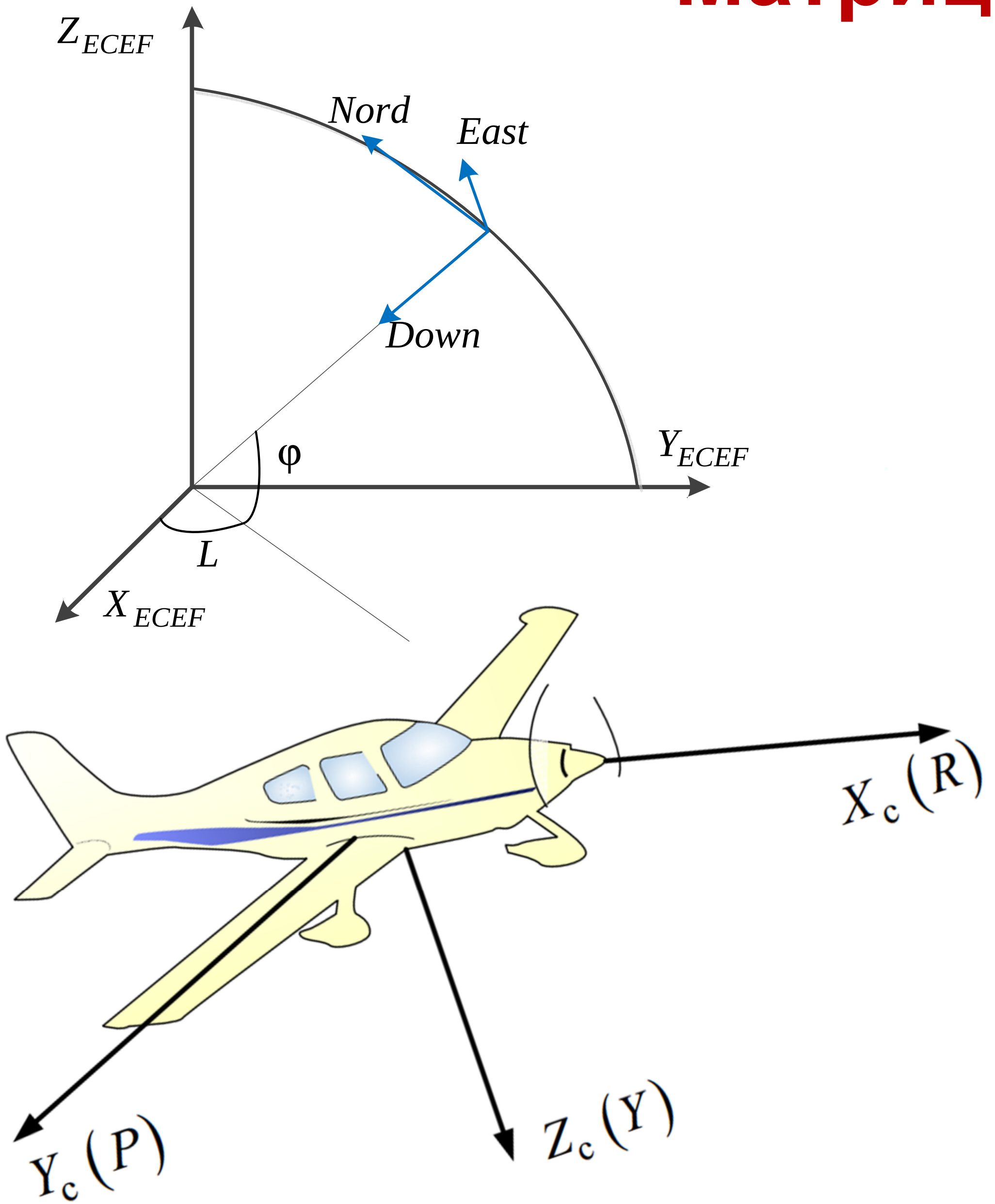
Тангаж (Pitch)



Рысканье (Yaw)



Матрица преобразований



$$\mathbf{U}_{NED}^{RPY}(\boldsymbol{\theta}) = \overbrace{\mathbf{U}_Y(\theta_Y)}^{\text{Курс}}\overbrace{\mathbf{U}_P(\theta_P)}^{\text{Тангаж}}\overbrace{\mathbf{U}_R(\theta_R)}^{\text{Крен}} =$$

$$= \overbrace{\begin{bmatrix} C_Y & -S_Y & 0 \\ S_Y & C_Y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\text{Курс}} \overbrace{\begin{bmatrix} C_P & 0 & S_P \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_P & 0 & C_P \end{bmatrix}}^{\text{Тангаж}} \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_R & -S_R \\ 0 & S_R & C_R \end{bmatrix}}^{\text{Крен}} =$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} C_Y C_P & -S_Y C_R + C_Y S_P S_R & S_Y S_R + C_Y S_P C_R \\ S_Y C_P & C_Y C_R + S_Y S_P S_R & -C_Y S_R + S_Y S_P C_R \\ \underbrace{-S_P}_{\text{ось крена}} & \underbrace{C_P S_R}_{\text{ось тангажа}} & \underbrace{C_P C_R}_{\text{ось курса}} \end{bmatrix}}_{\text{в координатах NED}}$$

$$C_R = \cos(\theta_R) \qquad C_P = \cos(\theta_P) \qquad C_Y = \cos(\theta_Y)$$

$$S_R = \sin(\theta_R) \qquad S_P = \sin(\theta_P) \qquad S_Y = \sin(\theta_Y)$$

Пример

```
…
north = Radius*cos(wobor * t);
east = Radius*sin(wobor * t);

pitchrate = 0; % [ degr/sec ]
pitch = pitchrate*t + 10; % [ degr ]
Vd = -2*pi*Radius / Tobor * tand(pitch);
down = cumsum(Vd * dt);

yawrate = 1 * 1/Tobor * 360; % [ degr/sec ]
yaw = yawrate*t + 90; % [ degr ]

rollrate = 2 * 1/Tobor * 360; % [ degr/sec ]
roll = rollrate*t; % [ degr ]

% In RPY
R0 = [1; 0; 0];
P0 = [0; 1; 0];
Y0 = [0; 0; 1];
```

Пример

```
figure;
for i = 1:length(t)
  % R0 -> R  RPY -> NED
  R = Urpy( roll(i), pitch(i), yaw(i) )*R0;
  P = Urpy( roll(i), pitch(i), yaw(i) )*P0;
  Y = Urpy( roll(i), pitch(i), yaw(i) )*Y0;
  plot3( east(i)+[0 R(2)], north(i)+[0 R(1)], …
                          -(down(i)+[0 R(3)]), 'r' )
  hold on
  plot3( east(i)+[0 P(2)], north(i)+[0 P(1)], …
                          -(down(i)+[0 P(3)]), 'g' )
  plot3( east(i)+[0 Y(2)], north(i)+[0 Y(1)], …
                          -(down(i)+[0 Y(3)]), 'b' )
  plot3(east, north, -down, 'k')
  xlabel('E');  ylabel('N');  zlabel('-D');
  hold off
  pause(0.1)
end
```